(MAT - 5301-5)

B.Sc(MPC, MPCS, MSCS, MECS, MPM Degree (CBCS) Examinations

OCTOBER – 2019

EXAMINATION AT THE END OF SEMESTER - V

PART-II MATHEMATICS

RING THEORY & VECTOR CALCULUS

TIME : Two and half hours

Maximum : 60 Marks

Time : 3 hours

Max. Marks : 60

SECTION – A

Answer any **FIVE** questions. Each question carries 4 marks.

Marks : 5 x 4 = 20

1. If R is a Boolean ring show that $a + a = 0$, $\forall a \in R$.
   ఒక బూలియన్ వలయం R లో $a + a = 0$, $\forall a \in R$ అని చూపుము.

2. Prove that the intersection of two ideals of a ring R is an ideal of R.
   R వలయం లో రెండు ఆదర్శాల ఛేదనం కూడా ఆదర్శం అవుతుందని చూపుము.

3. If f is a homomorphism of a ring R into the ring R^1 then prove that f is one-one if and only if Ker f = { 0 }.
   f అనేది వలయం R నుంచి వలయం R^1 కి సమరూపత అయితే , f అన్వేక సమరూపత అగుటకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము Ker f = { 0 } అని చూపుము.

4. An ideal U of a commutative ring R with unity is a prime ideal if R/U is an integral domain.
   తత్సమ మూలకం కలిగిన వినిమయ వలయం R కు , R/U పూర్ణాంక ప్రదేశం అయితే R లో U ఒక అభాజ్య ఆదర్శం అవుతుంది అని నిరూపించుము

5. Find the directional derivatives of $f = x^2 - y^2 + 2z^2$ at P (1, 2, 3) in the direction of the vector $\overline{PQ}$ where Q = (5, 0, 4).
   P (1, 2, 3) వద్ద $f = x^2 - y^2 + 2z^2$ వక్రానికి Q = (5, 0, 4) అయినపుడు $\overline{PQ}$ స్పర్శరేఖ దిశలో దైశిక వ్యుత్పన్నము కనుగొనుము

6. If $\mathbf{r} = t^2\,\mathbf{i} - t\,\mathbf{j} + (2t + 1)\,\mathbf{k}$ find $\frac{dr}{dt}, \frac{d^2r}{dt^2}, \left|\frac{dr}{dt}\right|$ and $\left|\frac{d^2r}{dt^2}\right|$ at t = 0.
   $\mathbf{r} = t^2\,\mathbf{i} - t\,\mathbf{j} + (2t + 1)\,\mathbf{k}$ అయినపుడు t = 0 వద్ద $\frac{dr}{dt}, \frac{d^2r}{dt^2}, \left|\frac{dr}{dt}\right|$ మరియు $\left|\frac{d^2r}{dt^2}\right|$ కనుగొనుము

7. If $f(t) = 5t^2\,\mathbf{i} + t\,\mathbf{j} - t^3\,\mathbf{k}$, find $\int_1^2 \left(\mathbf{f} \times \frac{d^2\mathbf{f}}{dt^2}\right) dt$.
   $f(t) = 5t^2\,\mathbf{i} + t\,\mathbf{j} - t^3\,\mathbf{k}$ అయినపుడు $\int_1^2 \left(\mathbf{f} \times \frac{d^2\mathbf{f}}{dt^2}\right)$ కనుగొనుము

8. If $\mathbf{F} = (3x^2 + 6y)\,\mathbf{i} - 14\,yz\,\mathbf{j} + 20\,xz^2\,\mathbf{k}$, calculate $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ along the line from (0, 0, 0) to (1, 0, 0).

$\mathbf{F} = (3x^2 + 6y)\,\mathbf{i} - 14\,yz\,\mathbf{j} + 20\,xz^2\,\mathbf{k}$ అయితే (0, 0, 0) ; (1, 0, 0) బిందువులు కలుపు సరళరేఖ పై $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ కనుగొనుము

9. Show that $\int_S (ax\,\mathbf{i} + by\,\mathbf{j} + cz\,\mathbf{k}) \cdot \mathbf{N}\,dS = 4\frac{\pi}{3}(a + b + c)$, where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

గోళము $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ యొక్క ఉపరితలం S అయితే

$\int_S (ax\,\mathbf{i} + by\,\mathbf{j} + cz\,\mathbf{k}) \cdot \mathbf{N}\,dS = 4\frac{\pi}{3}(a + b + c)$ అని చూపుము

10. Write statement of Green's theorem.

గ్రీన్స్ సిద్ధాంతము ప్రవచనము వ్రాయుము

SECTION – B

Answer **ALL** the questions. Each question carries 8 marks. Marks : 5 x 8 = 40

11. (a) Prove that the characteristic of an integral domain is either a prime or zero.

పూర్ణాంక ప్రదేశం యొక్క లాక్షణికం అభాజ్య సంఖ్య లేక సున్న కాని అవుతుందని నిరూపించుము

OR

(b) Prove that every ideal of ring of integers Z is a principal ideal.

పూర్ణాంక వలయం Z యొక్క ప్రతి ఆదర్శమూ ప్రధాన ఆదర్శం అవుతుందని నిరూపించుము

12. (a) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

సమరూపతా మూల సిద్ధాంతం ప్రవచించి నిరూపించుము

OR

(b) Prove that an ideal U of a commutative ring R with unity is maximal if and only if the quotient ring R/U is a field.

తత్సమ మూలకం కల వినిమయ వలయం R లో U అనే ఆదర్శం అధికతమం కావటానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము వ్యుత్పన్న వలయం R/U క్షేత్రం కావడం

13. (a) If $\mathbf{a}$ is a constant vector, prove that curl $\frac{\mathbf{a} \times \mathbf{r}}{r^3} = -\frac{\mathbf{a}}{r^3} + \frac{3\,\mathbf{r}}{r^5}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})$.

$\mathbf{a}$ స్థిర సదిశ అయితే curl $\frac{\mathbf{a} \times \mathbf{r}}{r^3} = -\frac{\mathbf{a}}{r^3} + \frac{3\,\mathbf{r}}{r^5}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})$ అని చూపుము

OR

(b) Prove that $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$.

నిరూపించుము : $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$.

14. (a) Evaluate $\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N}\, ds$ where $\mathbf{F} = xy\,\mathbf{i} - x^2\,\mathbf{j} + (x + z)\,\mathbf{k}$ and S is the surface of the plane $2x + 2y + z = 6$ in the first octant.

$\mathbf{F} = xy\,\mathbf{i} - x^2\,\mathbf{j} + (x + z)\,\mathbf{k}$ అయినపుడు ప్రథమాష్టంలో $2x + 2y + z = 6$ తలభాగం S అయితే

$\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N}\, ds$ రాబట్టండి

OR

(b) If $\phi = 45x^2y$ evaluate $\iiint \phi\, dV$ where V is the closed region bounded by the Planes $4x + 2y + z = 8$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

$\phi = 45x^2y$ అయినపుడు $4x + 2y + z = 8$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ తలాలచే పరిబద్ధమైన సంవృతాంతరాళం V అయితే $\iiint \phi\, dV$ కనుగొనుము

15. (a) State and prove Stoke's theoem.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతం ప్రవచించి నిరూపించుము

OR

(b) Evaluate by Gauss's divergence theorem $\iint_S (4xz\, dy\, dz - y^2\, dz\, dx + yz\, dx\, dy)$ where S is the surface of the cube bounded by the planes $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$.

$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$ తలములచే పరిబద్ధమైన ఘనము యొక్క ఉపరితలము

S అయితే గాస్ అవసరణ సిద్ధాంతంఉపయోగించి $\iint_S (4xz\, dy\, dz - y^2\, dz\, dx + yz\, dx\, dy$

కనుగొనుము

- o 0 o -

(MAT - 5301-5

B.Sc(MPC, MPCS, MSCS, MECS, MPM Degree (CBCS) ...

MARCH - 2021

EXAMINATION AT THE END OF SEMESTER- V

PART-II MATHEMATICS

RING THEORY & VECTOR CALCULUS

TIME : Three hours   Maximum : 60 Marks

SECTION -A

Answer any FIVE questions: **5X4=20M**

1. Prove that the characteristic of an integral domain is either prime or zero
పూర్ణాంక ప్రదేశముయొక్క స్వాభావికము ప్రధాన సంఖ్య లేక శూన్యమని చూపుము.

2. Prove that the intersection of two ideals of a ring R is an ideal of R
వలయముR కి రెండు ఐడియల్ ల ఛేదనము ఒక ఐడియల్ అవుతుందని చూపుము

3. Prove that every homomorphic image of a ring is a ring వలయము యొక్క సమరూపత ప్రతిబింబము ఒక వలయమని చూపుము.

4. An ideal $U \neq R$ of a commutative ring R is a prime ideal if and only if $\frac{R}{U}$ is an integral domain వినిమయ వలయము R కి ఐడియల్ I ,అభాజ్య ఐడియల్ అగుటకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము$\frac{R}{U}$ ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము

5. If $A = t^2\bar{i} - t\bar{j} + (2t+1)\bar{k}$ and $B = (2t-3)\bar{i} + \bar{j} - t\bar{k}$ then find the values of $(A \times B)'$ and $(|A+B|)'$ at t=1
$A = t^2\bar{i} - t\bar{j} + (2t+1)\bar{k}$, $B = (2t-3)\bar{i} + \bar{j} - t\bar{k}$ అయితే t=1 వద్ద $(A \times B)'$, $(|A+B|)'$ లను కనుగొనండి

6. Prove that $div(curl\ f) = 0$ ను సాధించుము

7. Find $\int_C F.dr$ where $F = 3x^2 i + (2xz - y)j + 2k$ along the straight line C from (0,0,0) to (2,1,3)
$F = 3x^2 i + (2xz - y)j + 2k$ అయితే(0,0,0) , (2,1,3)లను కలుపు సరళరేఖ వెంబడి $\int_C F.dr$ ను కనుగొనుము.

8. If $F = (2x^2 - 3z)\bar{i} - 2xy\bar{j} + 4x\,\bar{k}$ then Evaluate $\int_V \nabla.\mathrm{F}\,dv$, where V is the closed region bounded by $x = 0, y = 0, z = 0, 2x + 2y + 2 = 4$
$F = (2x^2 - 3z)\bar{i} - 2xy\bar{j} + 4x\,\bar{k}$,మరియు $x = 0, y = 0, z = 0, 2x + 2y + 2 = 4$ ల చే పరిబద్ధ ప్రదేశము V అయితే $\int_V \nabla.\mathrm{F}\,dv$ ను కనుగొనుము .

9. Show that $\int_S (ax\,i + by\,j + cz\,k).N\,dS = \frac{4\pi}{3}(a+b+c)$,where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ గోళము ఉపరితలము S అయితే $\int_S (ax\,i + by\,j + cz\,k).N\,dS = \frac{4\pi}{3}(a+b+c)$ అని చూపుము

10. Evaluate $\oint_C (cosx\ siny - xy)dx + sinx\ cosy\ dy$ by Green's theorem where C is the circle $x^2 + y^2 = 1$. $x^2 + y^2 = 1$., వృత్తము C అయితే గ్రీన్స్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $\oint_C (cosx\ siny - xy)dx + sinx\ cosy\ dy$ ను సాధించుము

(P.TO)

SECTION-B

Answer the following questions : **5X8=40M**

11. (a)Prove that $Q(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2}/a, b \in Q\}$ is a Field with respect to addition and multiplication of numbers.
సంఖ్యలపై $Q(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2}/a, b \in Q\}$ అనునది సంకలన,గుణకారములతో ఒకక్షేత్రము అని చూపుము

(OR)

(b) Prove that every ideal Z is a prime ideal
పూర్ణాంకాల వలయము ప్రధాన ఐడియల్ వలయము అని చూపుము

12. (a) State and prove Fundamental theorem of homomorphism of Rings.
వలయాల సమరూపతలపై మూల సిద్ధాంతము లేక ప్రాధమిక సిద్ధాంతము ప్రవచించి నిరూపించుము

(OR)

(b)Prove that an ideal U of a commutative ring R with unity is maximal if and only if the quotient ring $\frac{R}{U}$ is a Field. యూనిట్ మూలకము కలిగి ఉండి,వినిమయ వలయము R మరియు U ఐడియల్. R కిMఅధికతమ ఐడియల్ అగుటకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము $\frac{R}{U}$ ఒక క్షేత్రము.

13. (a)(i)Find the directional derivative of $\emptyset = x^2yz + 4xz^2$ in the direction of vector $2i - j - 2k$ at (1,-2,-1)
$\emptyset = x^2yz + 4xz^2$నకు (1,-2,-1)బిందువు వద్ద ,సదిస $2i - j - 2k$ యొక్క దిశలో దైశిక వ్యుత్పన్నమును కనుగొనండి.

(ii) Prove that $f = (x + 3y)\bar{i} + (y - 2z)\bar{j}$ +(x+Pz) $\bar{k}$ is solenoidal then find the value of P. $f = (x + 3y)\bar{i} + (y - 2z)\bar{j}$ +(x+Pz) $\bar{k}$సొలినాయిడల్ సదిస అని చూపి P విలువ రాబట్టుము

(OR)

(b)Prove that $grad(A.B) = (B.\nabla)A + (A.\nabla).B + B \times Curl\,A + A \times Curl\,B$
$grad(A.B) = (B.\nabla)A + (A.\nabla).B + B \times Curl\,A + A \times Curl\,B$ ను సాధించుము

14. (a)If $F = (x^2 + y^2)\bar{i} - 2xy\bar{j}$ then evaluate $\oint_C F.dr$ where the curve C is the rectangle in the XY plane bounded by $y = 0, y = b, x = 0, x = a$
$F = (x^2 + y^2)\bar{i} - 2xy\bar{j}$ తలములో $y = 0, y = b, x = 0, x = a$ లచే పరిబద్ధ దీర్ఘ చతురస్రము C అయితే $\oint_C F.dr$ ను కనుగోనుము

(OR)

(b)If $F = 2xz\bar{i} - x\bar{i} + y^2\bar{k}$ then Evaluate $\int_V F.dv$, where V is the region bounded by the surfaces $x = 0, x = 2, y = 0, y = 6, z = x^2, z = 4$

$F = 2xzi - xj + y^2k$ అవుతూ $x = 0, x = 2, y = 0, y = 6, z = x^2, z = 4$ ఉపరితలముచే పరివృత అంతరాళము V అయితే $\int_V F \cdot dV$ ను గణించుము

15. (a) State and prove Green's theorem
గ్రీన్స్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించుము

(OR)

(b) Verify Stokes theorem for $F = (2x - y)i - yz^2j - y^2z\,k$, where S is the upper half surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, and C is its boundary
$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ గోళము ఎగువ తలము S మరియు దాని సంవృత వక్రము C అయితే $F = (2x - y)i - yz^2j - y^2z\,k$, కు స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడుము .

******

(MAT - 5301-5)

B.Sc Degree (CBCS) Examinations

FEBRUARY - 2022

EXAMINATION AT THE END OF SEMESTER - V

PART-II MATHEMATICS

RING THEORY & VECTOR CALCULUS

TIME : Three hours Maximum : 60 Marks

SECTION - A

Answer any **FIVE** of the following questions. $5 \times 4 = 20M$

1. P rove that the characteristic of a boolen ring is 2.
బులియన్ వలయము యొక్క లాక్షణికము 2 అని చూపండి .

2. Prove that the intersection of two ideals of a ring R is an ideal of R.
R అనే వలయము యొక్క రెండు ఆదర్శాల ఛేదనము మరలా ఆదర్శము అని నిరూపించండి .

3. If f is homomorphism from a ring R into a ring S then prove that $kerf$ is an ideal of R.
వలయము R నుండి వలయము S కు ఒక సమరూపత అయితే కెర్నల్ f అనేది R లో ఆదర్శము అవుతుంది అని చూపండి .

4. Prove that in the ring Z of integers , the ideal generated by prime integer is a maximal ideal.
పూర్ణాంక వలయము Z కి అభాజ్య సంఖ్యచే జనితమైన ఆదర్శము అధికతమ ఆదర్శము అని చూపించండి .

5. Prove that $\nabla\left(\frac{1}{r}\right) = \left(\frac{-\bar{r}}{r^3}\right)$, if $\bar{r} = xi + yj + zk$ and $|\bar{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.
$\bar{r} = xi + yj + zk$ మరియు $|\bar{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ అయితే $\nabla\left(\frac{1}{r}\right) = \left(\frac{-\bar{r}}{r^3}\right)$ అని చూపండి .

6. Find the directional derivative of the function $f = x^2 - y^2 + 2z^2$ at $P = (1,2,3)$ in the direction of the line $\overrightarrow{PQ}$, where $Q = (5,0,4)$.
$P = (1,2,3)$, $Q = (5,0,4)$ అయితే P వద్ద $\overrightarrow{PQ}$ దిశలో $f = x^2 - y^2 + 2z^2$ యొక్క దైశిక వ్యుత్పన్నము కనుగొనుము .

7. Evaluate $\int_1^2 F(t)dt$,where $F(t) = (t - t^2)i + 2t^3j - 3k$.
$F(t) = (t - t^2)i + 2t^3j - 3k$ అయితే $\int_1^2 F(t)dt$ కనుగొనుము.

8. Evaluate $\oint_c F.dr$, where c is the circle $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ and $F = yi + zj + xk$.
$F = yi + zj + xk$ అయితే $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ అను వక్రము c పై $\oint_c F.dr$ కనుగొనుము.

9. Compute $\oint_s (ax^2 + by^2 + cz^2)ds$ over the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ గోళము ఉపరితలము S పై $\oint_s (ax^2 + by^2 + cz^2)ds$ కనుగొనుము .

10. Evaluate $\oint_c (cosx siny - xy)dx + sinx\, cosy\, dy$ by Green's theorem where c is the circle $x^2 + y^2 = 1$.
$x^2 + y^2 = 1$ వృత్తము c అయితే గ్రీన్ సిద్ధాంతం నుండి $\oint_c (cosx siny - xy)dx + sinx\, cosy\, dy$ ను కనుగొనుము.

(P.T.O)

SECTION-B

Answer **ALL** questions. Each question carries 8 marks $\qquad 5 \times 8 = 40\,M$

11. a) Show that every finite integral domain is afield.
పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము , ఒక క్షేత్రమగునని చూపుము .

(OR)

b) Prove that the ring of integers Z is a principal ideal ring.
పూర్ణాంకాల వలయము Z ప్రధాన ఆదర్శాల వలయమని చూపుము .

12. a) State and prove Fundamental theorem of homomorphism on rings.
వలయ సమరూపతలపై మూల సిద్ధాంతమును ప్రవచించి , నిరూపించుము .

(OR)

b) If M is a maximal ideal of the ring of integers Z then prove that M is generated by prime integer.
పూర్ణాంకాల వలయము Z కి M అనేది అధికతమ ఆదర్శము అయితే M ఒక ప్రధాన సంఖ్యచే జనితము అవుతుంది అని చూపుము .

13. a) Find $div f$ and $curl f$ where $F = xy^2 i + 2x^2 yzj - 3yz^2 k$ at $(1,-1,1)$.
$F = xy^2 i + 2x^2 yzj - 3yz^2 k$ అయితే $(1,-1,1)$ వద్ద $div f$ మరియు $curl f$ ను కనుగొనుము.

(OR)

b) Prove that $curl(A \times B) = A\, divB - B\, div\, A + (B.\nabla)A - (A.\nabla)B$.
$curl(A \times B) = A\, divB - B\, div\, A + (B.\nabla)A - (A.\nabla)B$ అని చూపుము .

14. a) Find $\int_c F.d\bar{r}$ where $F = xyi + yzj + zxk$ and the curve c is $\bar{r} = ti + t^2 j + t^3 k$, t varying from -1 to $+1$.
$F = xyi + yzj + zxk$, $\bar{r} = ti + t^2 j + t^3 k$ అయిన , $t = -1$ నుండి $t = 1$ వరకు c అను వక్రముపై $\int_c F.dr$ ను కనుగొనుము .

(OR)

b) Evaluate $\iiint_v \emptyset\, dv$ where $\emptyset = 45\, x^2 y$, v is the closed region bounded by the planes $4x + 2y + z = 8, x = 0, y = 0, z = 0$.
$\emptyset = 45\, x^2 y$ అవుతూ , $4x + 2y + z = 8, x = 0, y = 0, z = 0$ తలాలచే ఆవృతమైన సంవృతాంతరాళము v అయితే $\iiint_v \emptyset\, dv$ ను కనుగొనుము .

15. a) Verify Gauss divergence theorem to evaluate $\int_s (x^3 - yz)i - 2x^2 yj + zk).N\, ds$ of the surface of a cube bounded by the coordinate planes $x = y = z = a$.
$x = y = z = a$ లచే పరిబద్ధ ఘనము S పై $\int_s (x^3 - yz)i - 2x^2 yj + zk).N\, ds$ నకు గాస్ అపసరణ సిద్ధాంతమును సరిచూడుము .

(OR)

b) State and prove Stoke's theorem.
స్టోక్స్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి ,నిరూపించుము .

****